



MATLAB POUR L'INGÉNIEUR

AP2

ENSAH, 2020 – 2021

Partie 3

Pr. Amina GHADBAN



Université Abdelmalek Essaadi
École Nationale des Sciences Appliquées Al Hoceima
Cours d' *Informatique 3: MATLAB*



MATLAB POUR L'INGÉNIEUR

AP2

Chapitre 7

Calcul Formel de MATLAB

Partie 3

Pr. Amina GHADBAN

Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

- Un logiciel de calcul formel est un logiciel qui facilite le calcul symbolique dont la partie principale est basée sur la manipulation des expressions mathématiques sous leurs formes symboliques.
- Le calcul formel est le domaine des mathématiques et de l'informatique qui s'intéresse aux algorithmes opérant sur des objets de nature mathématique à travers des représentations finies et exactes.

Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

- La résolution concrète de problèmes issus de diverses applications nécessite souvent des traitements à la fois symboliques et numériques ;
- Matlab offre une gamme de procédures et de traitements pour des données numériques, mais aussi pour les expressions symboliques.
- Matlab possède des fonctions de calcul formel très avancées, en plus son environnement propose des outils de calcul symbolique et fournit en parallèle de puissants outils de graphisme et de calcul.
- Matlab peut être utilisé pour réaliser du calcul axé sur la manipulation des expressions formelles et obtenir des expressions mathématiques comme résultats.
- Démarches de calculs avec des variables symboliques pour résoudre des équations algébriques ou différentielles, ...



Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

- La fonction "**syms**" doit être utilisée pour créer des objets symboliques dans Matlab

* Déclaration de variables

- Exemple: **syms** *a b c x*;

- Exemple: **sym** *a*;

sym *b*;

sym *c*;

sym *d*;

* Déclaration de variables avec contraintes

* Exemple: **syms** *x theta real* ;

C'est équivalent à:

x = **sym**('x','real');

theta = **sym**('theta','real');

➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Expressions symboliques : Développement d'expressions : Commandes **expand** & **collect**

```
>> syms x y;
```

```
>> E = (x - 2)^2 + (y + 3)^2;
```

```
>> collect(E)
```

```
ans =
```

```
x^2 - 4*x + (y + 3)^2 + 4
```

```
>> collect(E,y)
```

```
ans =
```

```
y^2 + 6*y + (x - 2)^2 + 9
```

```
>> expand(E)
```

```
ans
```

```
x^2 - 4*x + y^2 + 6*y + 13
```

```
>> expand((x+y)^3)
```

```
ans =
```

```
x^3 + 3*x^2*y + 3*x*y^2 + y^3
```

% La fonction “expand” développe

% une expression

➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Expressions symboliques : Développement d'expressions : Commande **expand**

```
>> sym x;  
>> E2 = (x + 3)*(x - 7)^2;  
>> expand(E2)  
ans =  
x^3 - 11*x^2 + 7*x + 147
```

```
>> expand(sin(x+y))  
ans =  
cos(x)*sin(y) + cos(y)*sin(x)
```

```
>> expand(sin(x-y))  
ans =  
cos(y)*sin(x) - cos(x)*sin(y)
```

```
>> expand(cos(2*x))  
ans  
cos(x)^2 - sin(x)^2
```

```
>> expand(sin(2*x))  
ans  
2*cos(x)*sin(x)
```

```
>> expand(tan(2*x))  
ans  
-(2*tan(x))/(tan(x)^2 - 1)
```

Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Expressions symboliques : Développement d'expressions : Commande **expand**

```
>> expand(3*cos(3*x)-sin(2*x))  
ans =  
3*cos(x)^3 - 9*cos(x)*sin(x)^2 - 2*cos(x)*sin(x)
```

```
>> expand((2*x - 7)*(x - 1)*(x + 4))  
ans =  
2*x^3 - x^2 - 29*x + 28
```

```
>> expand((x-1)*(x+2)*(x-3)*(x-5))  
ans =  
x^4 - 7*x^3 + 5*x^2 + 31*x - 30
```

```
>> syms a;  
>> syms b;  
>> expand(cos(a+b))  
ans =  
cos(a)*cos(b) - sin(a)*sin(b)
```

```
>> expand(cos(a-b))  
ans =  
sin(a)*sin(b) + cos(a)*cos(b)
```

```
>> expand(sin(a-b))  
ans =  
cos(b)*sin(a) - cos(a)*sin(b)
```

```
>> expand(sin(a+b))  
ans =  
cos(a)*sin(b) + cos(b)*sin(a)
```


➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Expressions symboliques factorisation : Commandes **factor** & **simplify**

```
>> factor(x^2-9)
ans =
    (x - 3)*(x + 3)
```

```
>> factor(2*x^2 + 4*x)
ans =
    2*x*(x + 2)
```

```
>> factor(x^3 - 4*x^2 - 28*x - 32)
ans =
    (x - 8)*(x + 2)^2
```

```
>> factor((cos(x))^3 - cos(x)*sin(x)^2)
ans =
    cos(x)*(cos(x) - sin(x))*(cos(x) + sin(x))
```

```
>> simplify(sin(x)/(1+cos(x)) + (1+cos(x))/sin(x))
ans =
    2/sin(x)
```

```
>> simplify(- cos(x)^2*sin(x) + sin(x)^3 + sin(x))
ans =
    2*sin(x)^3
```

```
>> factor(x^6 - 27*x^5 - 152*x^4 + 5328*x^3 - 15392*x^2 - 83088*x + 262080)
ans =
    (x - 3)*(x - 26)*(x - 6)*(x + 4)*(x + 14)*(x - 10)
```

➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Expressions symboliques : Addition, Soustraction, Multiplication, Division

```
>> syms x y;  
>> E1 = x^6 + 5*x^2;  
>> E2 = y^3 - 2;  
>> E3 = -3*x^4 - 2*x^2 - 1;  
>> S1 = E1 + E3  
S1 =  
x^6 - 3*x^4 + 3*x^2 - 1  
  
>> expand(S1)  
ans =  
x^6 - 3*x^4 + 3*x^2 - 1  
  
>> simplify(S1)  
ans =  
(x^2 - 1)^3
```

```
>> S2 = E3/E1  
S2 =  
-(3*x^4 + 2*x^2 + 1)/(x^6 + 5*x^2)  
  
>> S3 = E1 - E3  
S3 =  
x^6 + 3*x^4 + 7*x^2 + 1  
  
>> S4 = E2 - y^3 + y^2 - 2*y + 3  
S4 =  
y^2 - 2*y + 1  
  
>> simplify(S4)  
ans =  
(y - 1)^2  
  
>> simplify(S1*(x+1)^2)  
ans =  
(x - 1)^3*(x + 1)^5
```

➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Résolution d'une équation : Commande **solve**

```
syms x;  
Equation = x^2 + 2*x - 8;  
Solution = solve(Equation,x);  
S1=Solution(1);  
S2=Solution(2);  
disp('les solutions de cette équation sont les deux racines données ci-dessous : ');  
disp(S1);  
disp(S2);
```

%%%%%%%%%% ----- Après exécution -----%%%%%%%%%%

les solutions de cette équation sont les deux racines données ci-dessous :

-4

2

➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Résolution d'une équation : Commande **solve**

```
syms x real;  
S1 = solve(4*cos(x)^4-2*sin(x)^2,x)  
S1 =  
pi/4
```

```
>> syms x real;  
>> solve('cos(x)^2-3*sin(3*x)-3*cos(4*x)',x)  
ans =  
pi/2
```

```
syms a b c x;  
S2 = solve('a*x^2 + b*x + c')  
S2 =  
-(b + (b^2 - 4*a*c)^(1/2))/(2*a)  
-(b - (b^2 - 4*a*c)^(1/2))/(2*a)
```

➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Résolution d'une inéquation : Commande **solve**

```
>> solve('x>3',x)
```

```
ans =
```

```
(3, Inf)
```

```
>> solve('x>=3',x)
```

```
ans =
```

```
[3, Inf)
```

```
>> solve('x^2>4',x)
```

```
ans =
```

```
Dom::Interval(2, Inf)
```

```
Dom::Interval(-Inf, -2)
```

```
>> solve('x^2-x-6>0',x)
```

```
ans =
```

```
Dom::Interval(-Inf, -2)
```

```
Dom::Interval(3, Inf)
```

➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Résolution d'une inéquation : Commande **solve**

```
>> solve('x^2-36>=0',x)
```

```
ans =
```

```
Dom::Interval([6], Inf)
```

```
Dom::Interval(-Inf, [-6])
```

```
>> solve('2*exp(2*x) - 5 *exp(x) = 63')
```

```
ans =
```

```
log(7)
```

➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Évaluation des expressions symboliques : Commandes **subs** & **class** & **double**

```
>> syms x;  
>> E1 = x^2 - 2*x^2 + 7;  
>> V1 = subs(E1,x,1)  
V1 =  
6
```

```
>> V2 = subs(E1,x,-3)  
V2 =  
-2
```

```
>> class(V1)  
ans =  
double
```

```
>> H = double(V1)  
H =  
6
```

➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

- Conversion polynôme ϵ ϵ symbole : Commandes **poly2sym** & **sym2poly**

```
>> syms x;
```

```
>> poly2sym([1 -5 7 13])
```

```
ans =
```

```
x^3 - 5*x^2 + 7*x + 13
```

```
>> poly2sym([2 5 -1])
```

```
ans =
```

```
2*x^2 + 5*x - 1
```

```
>> sym2poly(x^3 -3*x^2+11*x-9)
```

```
ans =
```

```
1   -3   11   -9
```

```
>> sym2poly(-8*x^3+2*x-5)
```

```
ans =
```

```
-8   0   2   -5
```


➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Développement limité : Commande **taylor**

```
>> syms x;
```

```
>> taylor(cos(x),7) %Développement à l'ordre 7
```

```
ans =
```

```
-x^6/720 + x^4/24 - x^2/2 + 1
```

```
->> taylor(sin(x)/log(1+x),8)
```

```
ans =
```

```
(1027*x^7)/120960 - (31*x^6)/2880 + (23*x^5)/1440 - x^4/240 - x^3/24 - x^2/4 + x/2 + 1
```

```
>> taylor((1/(1 - x)) - tan(x),6)
```

```
ans =
```

```
(13*x^5)/15 + x^4 + (2*x^3)/3 + x^2 + 1
```

```
>> taylor(log(1 + x^2)*sqrt(1 - x),7)
```

```
ans =
```

```
(137*x^6)/384 + (3*x^5)/16 - (5*x^4)/8 - x^3/2 + x^2
```

➔ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Dérivées d'une fonction : Commande **diff**

```
>> syms x;  
>> diff(2*x^4 + 3*x^3 - 5*x^2 + 21,1) %Dérivée première  
ans =  
8*x^3 + 9*x^2 - 10*x
```

```
>> diff(2*x^4 + 3*x^3 - 5*x^2 + 21,2) %Dérivée seconde  
ans =  
24*x^2 + 18*x - 10
```

```
>> syms x t;  
>> f = sin(2*t) + t^4;  
>> df = diff(f,t)  
df =  
2*cos(2*t) + 4*t^3
```

```
>> d6f = diff(f,t,6)  
d6f =  
(-64)*sin(2*t)
```

Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

Dérivées d'une fonction : Commande **diff**

```
>> syms x y; diff  
(cos(2*x*y),x)  
ans =  
(-2)*y*sin(2*x*y)
```

```
>> diff(cos(2*x*y),y)  
ans =  
(-2)*x*sin(2*x*y)
```

```
>> diff(x^3 - 2*y + 5,x,1)  
ans =  
3*x^2
```

```
>> diff(x^3 - 2*y + 5,y,1)  
ans =  
-2
```

```
>> diff(x^3 - 2*y + 5,x,3)  
ans =  
6
```

➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Intégration : Commande **int**

```
>> syms x;  
>> int(sin(x)^2,0,pi/2)  
ans =  
pi/4
```

```
>> int(3/8 - 1/2*cos(2*x) + 1/8*cos(4*x),0,pi/2)  
ans =  
(3*pi)/16
```

```
>> int(1/(1 + x^2),0,1)  
ans =  
pi/4
```

```
>> int(1/(1 + x^2)^2,0,1)  
ans =  
pi/8 + 1/4
```

➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Intégration : Commande **int**

```
>> syms x;  
>> int(sin(x)*cos(x)/(1+sin(x)))  
ans =  
sin(x) - log(sin(x) + 1)  
  
>> int(sin(x)*cos(x)/(1+sin(x)),0,pi/2)  
ans =  
1 - log(2)  
  
>> int(x^2-6*x+3)  
ans =  
(x*(x^2 - 9*x + 9))/3  
  
>> int(x^2-6*x+3,1,3)  
ans =  
-28/3
```

➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Calcul de limite : Commande **limit**

```
>> syms x;  
>> limit((x - 7)/(x^2 - 49),7)  
ans =  
1/14  
  
>> limit((x - 7)/(x^2 - 49),+inf)  
ans =  
0  
  
>> limit(sin(3*x)/tan(7*x),0)  
ans =  
3/7  
  
>> limit((sin(x)-1)*tan(x)^2,pi/2)  
ans =  
-1/2
```

➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

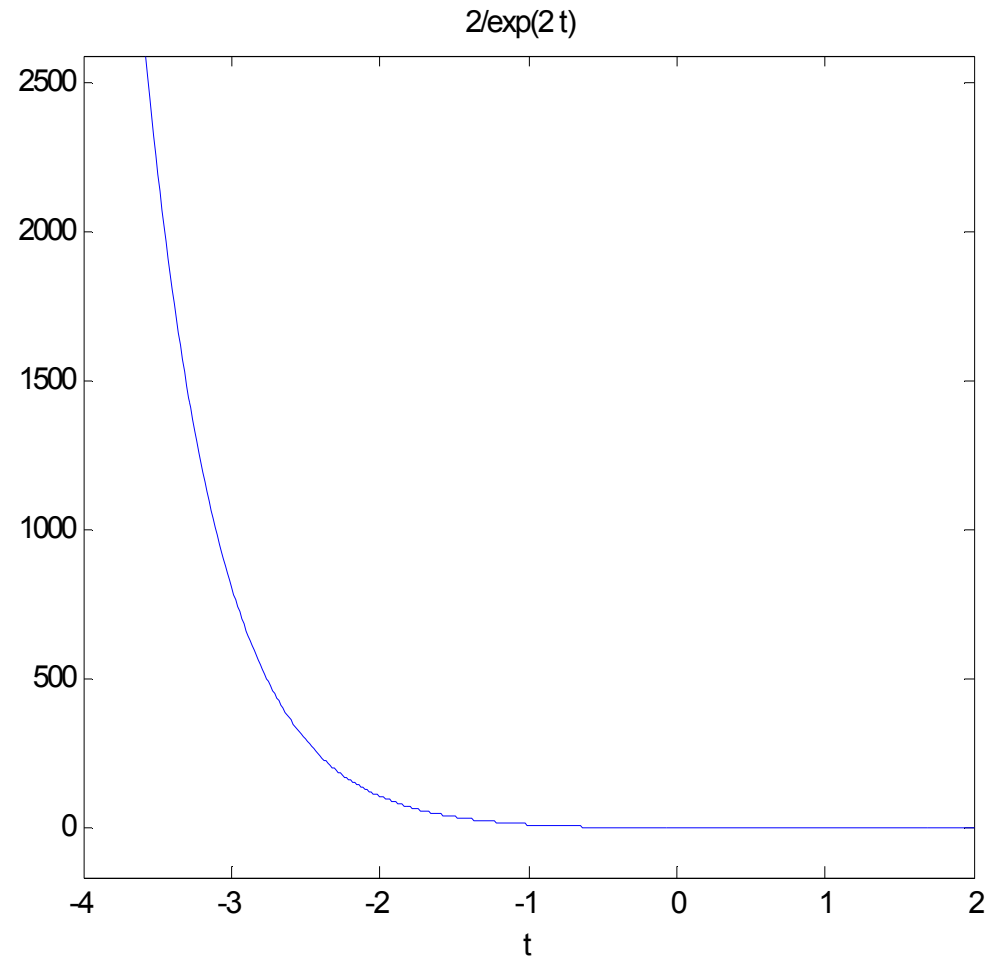
■ Équation différentielle : Commande **dsolve**

```
>> syms y;  
>> dsolve('Dy + 2*y = 0')  
ans =  
C2/exp(2*t)
```

```
Solution1= dsolve('Dy + 2*y = 0','y(0) = 2')
```

```
ans =  
2/exp(2*t)  
ezplot(Solution1,[-4 2])  
xlabel('t')  
ylabel('y(t)')  
grid on
```

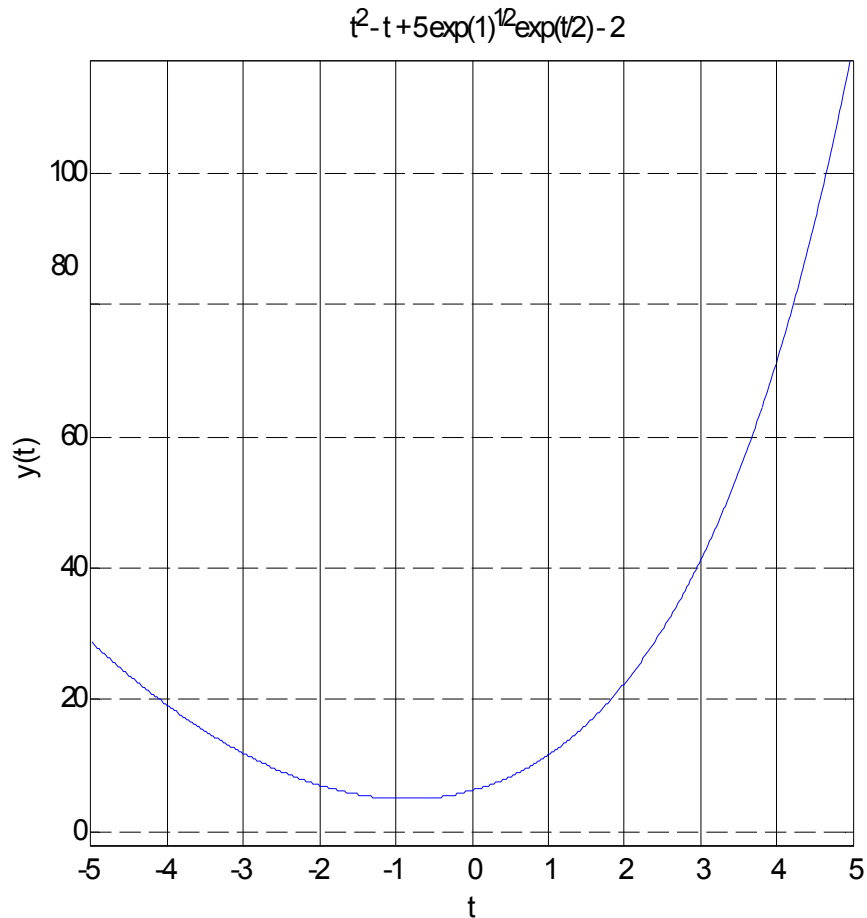
$$y' + 2y = 0; y(0)=2$$



➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Équation différentielle : Commande **dsolve**

```
>> syms y t;  
>> dsolve('2*Dy - y = -t^2 + 5*t')  
ans =  
t^2 - t + C2*exp(t/2) - 2  
  
Solution2 = dsolve('2*Dy - y = -t^2 + 5*t','y(-1) = 5')  
  
Solution2 =  
t^2 - t + 5*exp(1)^(1/2)*exp(t/2) - 2  
  
ezplot(Solution2,[-5 5])  
xlabel('t')  
ylabel('y(t)')  
grid on
```



$$2y' - y = -t^2 + 5t ;$$
$$y(-1) = 5$$

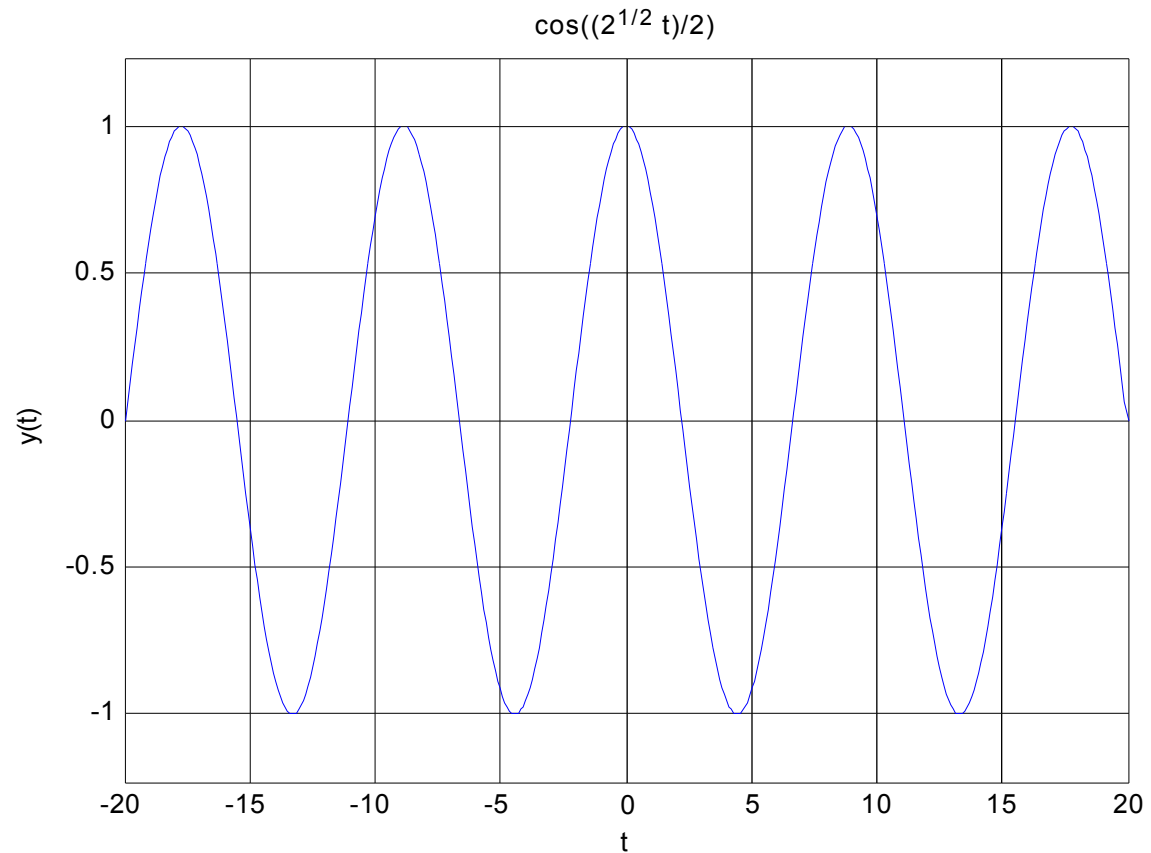
➡ Familiarisation et prise en main du calcul formel avec Matlab

■ Équation différentielle : Commande **dsolve**

```
syms y;  
Solution3 = dsolve('D2y + 0.5*y = 0','y(0)=1','Dy(0)=0')  
Solution3 =  
cos((2^(1/2)*t)/2)
```

```
ezplot(Solution3,[-20 20])  
xlabel('t')  
ylabel('y(t)')  
grid on
```

$$y'' + 0,5 y = 0 ; y(0)=1, \\ y'(0)=0$$





MATLAB POUR L'INGÉNIEUR

AP2

ENSAH, 2020 – 2021

Fin de la Partie 3

Pr. Amina GHADBAN